Livello di significatività minimo di un test

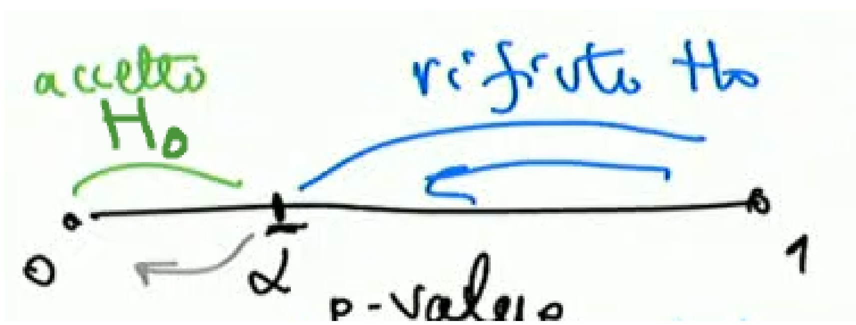
Leonardo Bizzoni

May 30, 2024

L'appartenenza dei valori del campione $(x_1, \ldots, x_n)$ alla regione critica C dipende dalla scelta del livello di significatività α.

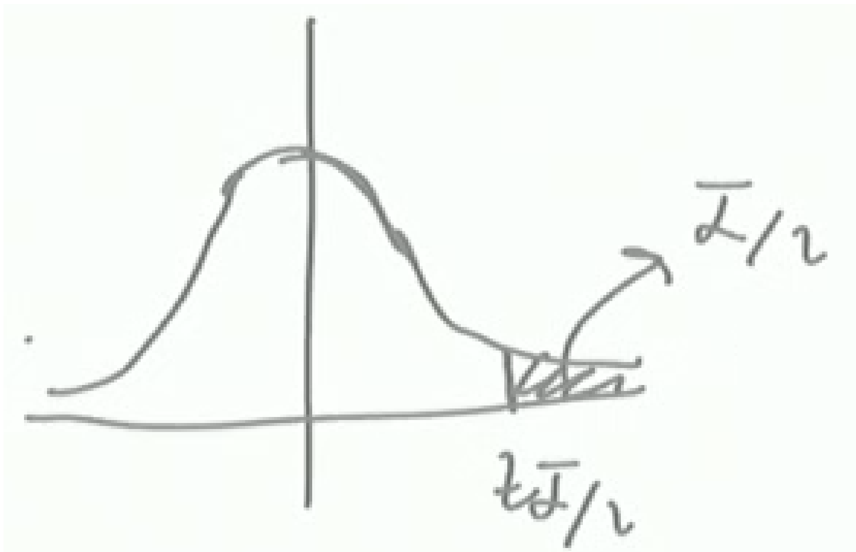
Questo vuol dire che esiste un $\overline{\alpha}$ tale che:

- per $\alpha > \overline{\alpha}$, $(x_1, \ldots, x_n) \in C$ (*rifiuto l'ipotesi nulla*)
- per $\alpha \leq \overline{\alpha}$, $(x_1, \ldots, x_n) \notin C$ (*accetto l'ipotesi nulla*)



$\overline{\alpha}$ viene detto p-value (p *dei dati, valore* p) del test e per calcolarlo nel caso di una popolazione normale $N(\mu, \sigma^2)$ si pone $z_{\frac{\overline{\alpha}}{2}} = \frac{|\overline{x_n}-\mu|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ e quindi:

$$P(Z > \frac{|\overline{x_n}-\mu|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}) = \frac{\overline{\alpha}}{2} \;\rightarrow\; P(Z < \frac{|\overline{x_n}-\mu|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}) = 1 - \frac{\overline{\alpha}}{2} \;\rightarrow\; \Phi(\frac{|\overline{x_n}-\mu|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}) = 1 - \frac{\overline{\alpha}}{2} \;\rightarrow$$
$$2\left(\Phi(\frac{|\overline{x_n}-\mu|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}) - 1\right) = -\overline{\alpha} \;\rightarrow\; \overline{\alpha} = 2\left(1 - \Phi(\frac{|\overline{x_n}-\mu|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}})\right)$$



In pratica più piccolo è il $p-$ value, maggiore è l'evidenza statistica **contro** l'ipotesi nulla.