Quantile/Percentile di variabile aleatoria

Leonardo Bizzoni

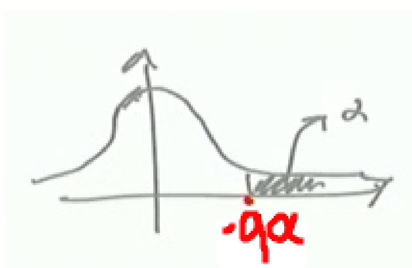
May 10, 2024

Sia X una variabile aleatoria, viene indicato con q_α l'α-esimo quantile (*o* $100\alpha-$*percentile*) di X. Per definizione di percentile campionario possiamo affermare che $P(X \leq q_\alpha) = \alpha$ (α *tipicamente è una valore fissato*).

È possibile ricavare il valore di q_α tramite l'inverso della funzione di ripartizione, se esiste:

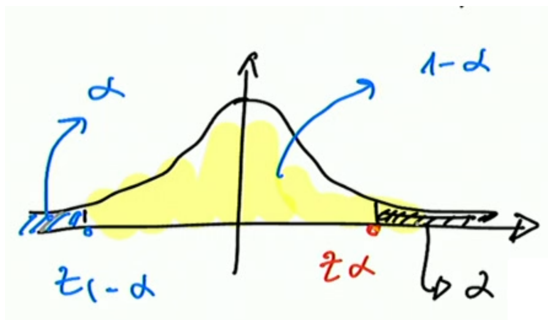
$$P(X \leq q_\alpha) = \alpha \;\rightarrow\; F_X(q_\alpha) = \alpha \;\rightarrow\; q_\alpha = F_X^{-1}(\alpha)$$
$$P(X > q_\alpha) = \alpha \;\rightarrow\; F_X(q_\alpha) = 1 - \alpha \;\rightarrow\; q_\alpha = F_X^{-1}(1 - \alpha)$$

In esame le tabelle per $t(n)$, $\chi^2(n)$ indicano la probabilità della *coda destra* ovvero $q_\alpha \mid P(X > q_\alpha) = \alpha$.



1 Percentile opposto - Utilizzo del Percentile Opposto per calcolare $\Phi^{-1}(0 < x < 0.5)$

$$q_{1-\alpha} = -q_\alpha$$



Questo è utile quando bisogna calcolare l'inverso di una normale per un valore $\alpha < 0.5$:

$$\alpha = 0.9,\ Z \sim N(0,1)$$
$$P(Z > z_{0.9}) = 0.9 \to 1 - P(Z \le z_{0.9}) = 0.9 \to -P(Z \le z_{0.9}) = 0.9 - 1 \to$$
$$P(Z \le z_{0.9}) = 1 - 0.9 \to z_{0.9} = \Phi^{-1}(0.1)$$
$$\text{Ma } \Phi(x) = 0.1 \text{ non è in tabella, quindi: } z_{1-0.9} = z_{0.1}$$
$$P(Z > z_{0.1}) = 0.1 \to 1 - P(Z \le z_{0.1}) = 0.1 \to -P(Z \le z_{0.1}) = 0.1 - 1 \to$$
$$P(Z \le z_{0.1}) = 1 - 0.1 \to z_{0.1} = \Phi^{-1}(0.9) \to z_{0.1} \simeq 1.285$$
$$z_{0.1} = -z_{0.9} \to z_{0.9} = -z_{0.1} = -1.285$$

La stessa si può applicare anche ad una $t(n)$.