

Variabile aleatoria t di Student

Leonardo Bizzoni

May 4, 2024

Contesto:

Dato un campione aleatorio X_1, \dots, X_n con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$ e considerando la media campionaria \overline{X}_n come una nuova variabile aleatoria sappiamo che per standardizzazione di normali generiche $\frac{\overline{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$. Mentre invece nel caso in cui la varianza σ^2 sia incognita e si utilizza il suo stimatore non distorto S_n^2 allora $\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sqrt{\frac{S_n^2}{n}}} \sim T(n - 1)$.

Una variabile aleatoria assolutamente continua $T(n)$ si dice t di Student con n gradi di libertà:

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{Y}{n}}} \text{ con } Z \sim N(0, 1) \text{ e } Y \sim \chi^2(n) \text{ indipendenti tra loro.}$$

Con molti gradi di libertà è possibile approssimarla con una $N(0, 1)$.
Formule:

- Valore medio: $E[T] = 0$
- Varianza: $Var[T] = 1$