

Covarianza

Leonardo Bizzoni

April 6, 2024

Consideriamo 2 variabili aleatorie X, Y che insieme formano un vettore aleatorio (X, Y) . Si definisce **covarianza** di X e Y :

$$\begin{aligned}Cov[X, Y] &:= E[(X - E[X]) * (Y - E[Y])] \\Cov[X, Y] &:= E[XY] - E[X] * E[Y]\end{aligned}$$

La covarianza misura il grado di *associazione* tra X e Y . Inoltre se X e Y sono indipendenti $E[XY] = E[X] * E[Y]$ e quindi la covarianza è nulla, in questo caso X e Y si dicono scorrelate.

Proprietà:

- Per ogni variabile aleatoria X si ha che: $Var[X] = Cov[X, X]$
- Simmetria: $Cov[X, Y] = Cov[Y, X]$
- $\forall c \in \mathbb{R}$ si ha che $Cov[X, c] = Cov[c, X] = 0$
- **Bilinearità:**
 - $\forall a \in \mathbb{R} : Cov[aX, Y] = a * Cov[X, Y]$
 - $\forall a \in \mathbb{R} : Cov[X, aY] = a * Cov[X, Y]$
 - $Cov[X + Z, Y] = Cov[X, Y] + Cov[Z, Y]$
 - $Cov[X, Y + Z] = Cov[X, Y] + Cov[X, Z]$