

Operazioni su linguaggi

Leonardo Bizzoni

October 20, 2023

1 Unione tra linguaggi

Dati in input 2 linguaggi L, M la loro unione *insiemistica* è $L \cup M$

$|L \cup M| \leq |L| + |M|$ perchè ci possono essere stringhe comuni tra i 2 linguaggi.

1.1 Esempio

$$L = \{001, 10, 111\}$$

$$M = \{\epsilon, 001\}$$

$$L \cup M = \{\epsilon, 001, 10, 111\}$$

2 Concatenazione o prodotto di 2 linguaggi

Dati in input 2 linguaggi L, M la concatenazione $L \cdot M$ è l'insieme delle stringhe w che posso scrivere concatenando le stringhe $w_1 \in L, w_2 \in M$.

$$LM = \{w = w_1w_2 \mid w_1 \in L \wedge w_2 \in M\}$$
$$|LM| = |L| \cdot |M|$$

2.1 Esempio

$$L = \{001, 10, 111\}$$

$$M = \{\epsilon, 001\}$$

$$L \circ M = \{001, 10, 111, 001001, 10001, 111001\}$$

3 Ripetizione o potenza di un linguaggio

La ripetizione o potenza di un linguaggio L viene definita ricorsivamente tramite concatenazione:

- $L^m = L \cdot L^{m-1}$
- $L^1 = L$
- $L^0 = \{\epsilon\}$

Se $|L| = q$ allora $|L^i| = q^i$.

3.1 Casi particolari

$L = \emptyset$ abbiamo che $L^0 = \{\epsilon\}$, $L^i = \emptyset$ e $L^* = \{\epsilon\}$.

$L = \{\epsilon\}$ abbiamo che $L^0 = \{\epsilon\}$, $L^i = \{\epsilon\}$ e $L^* = \{\epsilon\}$.

Questi 2 linguaggi sono gli **unic**i casi in cui la chiusura di Kleene è un **insieme finito**.

3.2 Esempio

$$L = \{0, 11\}$$

$$L^2 = L \cdot L = \{00, 011, 110, 1111\}$$

$$L^3 = L \cdot L^2 = L \cdot L \cdot L = \{000, 0011, 0110, 01111, 1100, 11011, 11110, 111111\}$$

4 Chiusura o Star di Kleene

Dato un linguaggio L , la **chiusura** è indicata con $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i = L^0 \cup L^1 \cup$

$L^2 \cup L^3 \cup \dots$ ovvero l'unione di tutte le potenze del linguaggio.