

# Operazioni su linguaggi

Leonardo Bizzoni

October 20, 2023

## 1 Unione tra linguaggi

Dati in input 2 linguaggi  $L, M$  la loro unione *insiemistica* è  $L \cup M$

$|L \cup M| \leq |L| + |M|$  perchè ci possono essere stringhe comuni tra i 2 linguaggi.

### 1.1 Esempio

$$L = \{001, 10, 111\}$$

$$M = \{\epsilon, 001\}$$

$$L \cup M = \{\epsilon, 001, 10, 111\}$$

## 2 Concatenazione o prodotto di 2 linguaggi

Dati in input 2 linguaggi  $L, M$  la concatenazione  $L \cdot M$  è l'insieme delle stringhe  $w$  che posso scrivere concatenando le stringhe  $w_1 \in L, w_2 \in M$ .

$$LM = \{w = w_1w_2 \mid w_1 \in L \wedge w_2 \in M\}$$
$$|LM| = |L| \cdot |M|$$

### 2.1 Esempio

$$L = \{001, 10, 111\}$$

$$M = \{\epsilon, 001\}$$

$$L \circ M = \{001, 10, 111, 001001, 10001, 111001\}$$

## 3 Ripetizione o potenza di un linguaggio

La ripetizione o potenza di un linguaggio  $L$  viene definita ricorsivamente tramite concatenazione:

- $L^m = L \cdot L^{m-1}$
- $L^1 = L$
- $L^0 = \{\epsilon\}$

Se  $|L| = q$  allora  $|L^i| = q^i$ .

### 3.1 Casi particolari

$L = \emptyset$  abbiamo che  $L^0 = \{\epsilon\}$ ,  $L^i = \emptyset$  e  $L^* = \{\epsilon\}$ .

$L = \{\epsilon\}$  abbiamo che  $L^0 = \{\epsilon\}$ ,  $L^i = \{\epsilon\}$  e  $L^* = \{\epsilon\}$ .

Questi 2 linguaggi sono gli **unic**i casi in cui la chiusura di Kleene è un **insieme finito**.

### 3.2 Esempio

$$L = \{0, 11\}$$

$$L^2 = L \cdot L = \{00, 011, 110, 1111\}$$

$$L^3 = L \cdot L^2 = L \cdot L \cdot L = \{000, 0011, 0110, 01111, 1100, 11011, 11110, 111111\}$$

## 4 Chiusura o Star di Kleene

Dato un linguaggio  $L$ , la **chiusura** è indicata con  $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i = L^0 \cup L^1 \cup$

$L^2 \cup L^3 \cup \dots$  ovvero l'unione di tutte le potenze del linguaggio.