Relazioni

leo

December 21, 2022

Una relazione binaria tra 2 insiemi S, T è un insieme di coppie ordinate $\langle x, y\rangle$ con $x \in S, y \in T$, una relazione R è quindi un sottoinsieme del prodotto cartesiano $S * T$.

$$R \subseteq (S * T)$$

Il dominio di R è l'insieme $dom(R) = \{x \in S | \exists y \in T. \langle x, y\rangle \in R\}$.
Il codominio di R è l'insieme $codom(R) = \{y \in T | \exists x \in S. \langle x, y\rangle \in R\}$.
$dom(R) \cup codom(R)$ si chiama campo/estensione di R.

Il numero di argomenti di una relazione si chiama arietà.

Sulle relazione si possono fare le usuali operazioni insiemistiche ed in particalre data una relazione binaria $R \subseteq S * T$, esiste sempre la relazione inversa:

$$R^{-1} = \{\langle y, x\rangle | \langle x, y\rangle \in R\}$$

Dato un insieme S, la relazione dove ogni elemento è in relazione con se stesso si chiama identità.

$$I_S = \{\langle x, x\rangle | x \in S\}$$

1 Proprietà

Siano $R_1 \subseteq S * T, R_2 \subseteq S * T$ allora valgono le seguenti proprietà:

- se $R_1 \subseteq R_2$ allora $R_1^{-1} \subseteq R_2^{-1}$
- se $R_1 \subseteq R_2$ allora $\overline{R_2} \subseteq \overline{R_1}$
- Legge di De Morgan per $\cup$: $\overline{(R_1 \cup R_2)} = \overline{R_1} \cap \overline{R_2}$

- Legge di De Morgan per $\cap$: $\overline{(R_1 \cap R_2)} = \overline{R_1} \cup \overline{R_2}$
- $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$
- $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$