

Sintassi della logica predicativa o di primo order (FOL)

leo

December 18, 2022

Un linguaggio predicativo è capace di riferirsi a oggetti, proprietà e relazioni ed è in grado di fare affermazioni particolari o universali utilizzando costanti, variabili e quantificatori. Un linguaggio predicativo è costruito sui seguenti insiemi di simboli e parametri.

1 Simboli logici

- Connettivi proposizionali
- Costanti proposizionali: \top, \perp
- Il simbolo di uguaglianza =
- I simboli separatori: (,)
- Un'infinità numerabili di variabili V : x_1, x_2, \dots
- Il simbolo di quantificatore universale \forall
- Il simbolo di quantificatore esistenziale \exists

Come nella logica proposizionale gli operatori seguono la precedenza:

$$\forall, \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

2 Parametri

- Un insieme finito o numerabile di simboli predicativi P , ognuno dei quali ha associato un intero positivo n detto arità.

- Un insieme finito o numerabile di simboli funzionali F , ognuno dei quali ha associato un intero positivo n detto arietà.
- Un insieme finito o numerabile di simboli di costanti C .

Il campo d'azione dei quantificatori $\forall x$ e $\exists x$ è la formula/predicato seguente. Una formula può avere variabili senza quantificatori, in questo caso la variabile si dice libera e non sarà mai valida. Una variabile si dice legata se non è libera.

Una formula/enunciato è chiusa sse nessuna variabile nella formula è libera.

La verità di una formula priva di variabili dipende esclusivamente dall'interpretazione che si dà alla formula. La verità di una formula "completa" dipende dall'interpretazione e dal valore che assegniamo alle variabili.

3 Esempio: linguaggio della teoria dei numeri

Il linguaggio della teoria dei numeri è un FOL formato da:

- il simbolo di uguaglianza
- un predicato binario di precedenza
- una costante: 0
- una funzione successore unaria: $s(x)$
- una funzione somma e una funzione prodotto entrambe binarie