

Principio di Induzione completa

Leonardo Bizzoni

December 5, 2022

Induzione si riferisce al processo di indurre/derivare una proprietà generale a partire da casi base.

1 Definizione generale

Sia S un insieme definito ricorsivamente e P una proprietà.

Se:

1. dimostriamo P è vero nei casi base
2. supponiamo P vero $\forall T \subseteq S$
3. dimostriamo P vero per elementi costruiti da T tramite il passo ricorsivo

Allora P è vero per tutti gli elementi di S .

2 Definizione matematica

Se:

- dimostriamo $P(0)$ è vero
- supponiamo $P(n)$ vero
- dimostriamo $P(n + 1)$

Allora P è vero $\forall n \in \mathbb{N}$.

3 Esempio

Ogni numero naturale maggiore di 1 si può esprimere come il prodotto di numeri primi.

3.1 Caso base

$n = 2$ è un numero primo e quindi è il prodotto di numeri primi.

3.2 Ipotesi induttiva

Supponiamo che la proprietà è vero $\forall k \in \mathbb{N}, 2 \leq k \leq n$.

3.3 Passo induttivo

Se $n + 1$ è primo la proprietà è vera.

Se invece non lo è, allora è divisibile per $l, m \in \mathbb{N}, l \neq m | l * m = n + 1$.
Per l'ipotesi induttiva l, m si possono scrivere come prodotto di numeri primi e quindi anche $n + 1$.