

# Relazioni e classi di equivalenza

Leonardo Bizzoni

October 4, 2023

Una relazione riflessiva, simmetrica e transitiva è detta relazione di equivalenza.  
Data una relazione di equivalenza  $R \subseteq S * S$ , la classe di equivalenza di un elemento  $x \in S$  è definita come:

$$[x]_R = \{y \in S \mid \langle x, y \rangle \in R\}$$

Inoltre:

- $[x]_R \subseteq S$  ed è un insieme non nullo in quanto la relazione  $R$  è riflessiva
- $\forall a, b \in S$  o  $[a]_R = [b]_R$  o  $[a]_R \cap [b]_R = \emptyset$ .

Le classi di equivalenza di  $R$  partizionano  $S$ .

## 1 Esempio

$A = \{a, b, c, d\}$  e  $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, d), (d, c), (a, c), (c, a), (d, a), (c, d)\}$ .  
Allora le classi di equivalenza sono:

- $[a]_R = [c]_R = [d]_R = \{a, c, d\}$
- $[b]_R = \{b\}$