

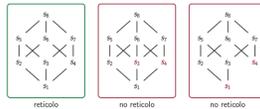
Reticoli

leo

December 26, 2022

Un reticolo è un poset $(S, \leq) | \forall x, y \in S$:

- esiste un minimo maggiorante $\sqcup\{x, y\} = x \sqcup y$ (**join**)
- esiste un massimo minorante $\sqcap\{x, y\} = x \sqcap y$ (**meet**)



Dati 2 reticoli $(L_1, \leq), (L_2, \leq)$ anche il loro prodotto $(L_1 * L_2, \leq)$ è un reticolo.

1 Tipi di reticoli

1.1 Finito (nodi finiti)

Un reticolo (L, \leq) finito è completo e limitato.

1.2 Completo

Un reticolo (L, \leq) è completo sse $\forall M \subseteq L, \sqcup M$ e $\sqcap M$ esistono.

L'insieme \mathbb{N} non è un reticolo completo perchè se prendo come sottoinsieme proprio l'insieme \mathbb{N} non posso stabilire chi è il minimo maggiorante.

1.3 Limitato

Un reticolo (L, \leq) è limitato sse $\underline{1} = \sqcup L$ e $\underline{0} = \sqcap L$ ed esistono minimo e massimo.

Ogni reticolo completo è limitato.

1.4 Distributivo

Un reticolo (L, \leq) è distributivo sse meet e join distribuiscono fra di loro:

1. $a \sqcap (b \sqcup c) = (a \sqcap b) \sqcup (a \sqcap c)$
2. $a \sqcup (b \sqcap c) = (a \sqcup b) \sqcap (a \sqcup c)$

1.4.1 Cheat per capire se un reticolo non è distributivo

Se un elemento ha 2 complementi, il reticolo non può essere distributivo.

Se il reticolo contiene uno di questi reticoli più piccoli non può essere distributivo.

