

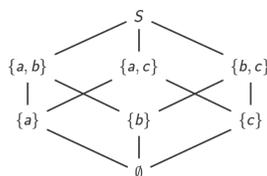
# Diagramma di Hasse

leo

December 26, 2022

Un diagramma di Hasse è una rappresentazione compatta di un poset.

Sapendo che un poset non ha cicli di lunghezza maggiore di 1 per via della riflessività della relazione. Nel disegnare il grafo è possibile sottintendere la presenza dei cappi e non disegnarli. Analogamente è possibile sottintendere la presenza dei cammini diretti necessari per la transitività e disegnare soltanto le coperture tra nodi. Inoltre è possibile utilizzare un grafo non orientato semplicemente ponendo l'elemento puntante più in alto sottintendendo la precedenza. Il grafo ottenuto viene chiamato diagramma di Hasse.



2 elementi non confrontabili ( $\parallel$ ) non hanno un cammino che li colleghi.

Gli elementi minimali di  $S$  sono quelli che non hanno archi provenienti da nodi più in basso. Gli elementi massimali di  $S$  sono quelli che non hanno archi provenienti da nodi più in alto.

Un minorante è un nodo che raggiunge ogni elementi di  $X \subseteq S$  con un cammino verso l'alto. Il massimo minorante  $\sqcap X$  è il minorante più vicino ad  $X$ .

Un maggiorante è un nodo raggiungibile da tutti gli elementi di  $X \subseteq S$  con un cammino verso l'alto. Il minimo maggiorante  $\sqcup X$  è il maggiorante più vicino ad  $X$ .

Nel diagramma di Hasse se esiste un cammino tra  $x$  e  $y$ , quello più in alto è il minimo maggiorante mentre quello più in basso è il massimo minorante.

Il diagramma di Hasse di un ordinamento totale è una catena.

0 - 1 - 2 - 3 - 4