Elementi estremali

leo

December 26, 2022

Gli elementi estremali di un poset sono:

1 Minimo

In un poset $(S, \leq)$, un elemento $s \in S$ è minimale se $\nexists s' \in S, s' \neq s | \langle s', s \rangle \in R$. Se il minimale è unico allora prende il nome di minimo del poset e viene denotato da $\underline{0}$. *Nessun elemento lo precede / no archi entranti cappi esclusi*

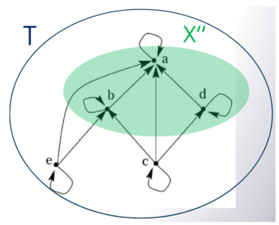
2 Massimo

In un poset $(S, \leq)$, un elemento $s \in S$ è massimale se: $\nexists s' \in S, s' \neq s | \langle s, s' \rangle \in R$. Se il massimale è unico allora prende il nome di massimo del poset e viene denotato da $\underline{1}$ *Nessun elemento lo succede / no archi uscenti cappi esclusi*

3 Minoranti

Dato un poset $(S, \leq)$, un sottoinsieme $X \subseteq S$, un elemento $s \in S$ è:

- minorante di X sse: $\forall s' \in X, \exists \langle s, s' \rangle \in R$
  - *s ha archi uscenti verso / è in relazione con **tutti** gli elementi di X*
- massimo minorante di X ($\sqcap X$) sse: $\forall s' \in$ minoranti $\exists \langle s', s \rangle \in R$
  - *s ha archi entranti da **tutti** i minoranti di X / il più grande dei minoranti*



$X = \{a, b, d\}$ ha un minorante: c, ha un massimo minorante: c, e non è un minorante in quanto non è confrontabile con d, b, d non sono minoranti in quanto non sono confrontabili.

4 Maggioranti

Dato un poset $(S, \leq)$ e un sottoinsieme $X \subseteq S$, un elemento $s \in S$ è:

- maggiorante di X sse: $\forall s' \in X, \exists \langle s', s \rangle \in R$
  - *s ha archi entranti da / ha una relazione con **tutti** gli elementi di X*
- minimo maggiorante di X ($\sqcup X$) sse: $\forall s' \in$ maggioranti $\exists \langle s, s' \rangle$
  - *s ha archi uscenti verso **tutti** i maggioranti / il più piccolo dei maggioranti*

Ogni $X \subseteq S$ ha al più un massimo minorante e un minimo maggiorante. Se ogni $X \subseteq S$ ha minimo, allora l'insieme si dice ben ordinato.