Moto circolare uniforme

Leonardo Bizzoni

July 18, 2024

Moto di un punto materiale lungo una **circonferenza** con modulo della **velocità costante**.

Nonostante il modulo della velocità sia costante, la sua **direzione cambia** per poter rimanere sulla circonferenza e, dato che la velocità è sempre tangente allo spostamento (*perchè la velocità è la derivata dello spostamento*), questo indica che **l'accelerazione non è nulla**.

Prendiamo un punto sulla circonferenza che viaggia con modulo della velocità costante in 2 istanti di tempo diversi A e B. La variazione della velocità $\Delta\mathbf{v}$ non è nulla, anzi punta sempre più verso il centro della circonferenza al diminuire dell'intervallo di tempo e per questo viene detta accelerazione centripeta.

1 Equazione/Velocità angolare oraria

Lo spostamento nel tempo di questo punto materiale sulla circonferenza è dato semplicemente dalla variazione dell'angolo θ formato tra asse delle X ed il centro della circonferenza:

$$\theta_f = \theta(t)$$

A questo punto la sua velocità (*angolare*) sarà data dalla differenza dell'angolo θ in un certo intervallo di tempo:

Velocità media: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i}$ Velocità istantanea: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Inoltre dato che il modulo della velocità è costante queste 2 saranno uguali.

È naturalmente possibile ricavare l'angolo θ integrando la funzione $\omega = \frac{d\theta}{dt}$:

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
$\rightarrow \frac{\omega}{d\theta} = \frac{1}{dt}$

$\rightarrow \frac{1}{d\theta} = \frac{1}{\omega dt}$
$\rightarrow d\theta = \omega dt$
$\rightarrow \int_{\theta_i}^{\theta_f} d\theta = \int_{t_i}^{t_f} \omega dt$
$\rightarrow \theta_f - \theta_i = \omega(t_f - t_i)$
$\rightarrow \theta_f = \theta_i + \omega(t_f - t_i)$

$\theta_f = \theta_i + \omega(t_f - t_i)$ prende il nome di **equazione angolare oraria del moto circolare uniforme**.

2 Altre definizioni utili

2.1 Periodo (di rivoluzione)

Tempo impiegato dal punto materiale a percorrere l'intera circonferenza:

$$\tau = \frac{2\pi r}{|\mathbf{v}|} = \frac{1}{f}$$

2.2 Frequenza

Numero di periodi nell'unità di tempo (*per esempio, al secondo*).

$$f = \frac{1}{\tau}$$

2.3 Velocità tangenziale

Velocità di un punto che si muove di moto rettilineo lungo una circonferenza:

$$v_T = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t}$$

Inoltre $v_T = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} r = \omega r$.

2.3.1 Esempio

Se consideriamo una circonferenza completa allora la formula della velocità tangente si semplifica:

$$v_T = \frac{2\pi r}{\tau} \text{ dove } \tau \text{ è il periodo.}$$

Mentre la velocità angolare sarà:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi - 0}{\tau} = \frac{2\pi}{\tau}$$