Formula di Taylor e polinomio di MacLaurin

Leonardo Bizzoni

May 1, 2023

Sia $f : I \to \mathbb{R}, x_0 \in I, \exists f'(x_0)$ possiamo scrivere che $\forall x \in I$:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + o(x - x_0), x \to x_0$$

Posso scrivere la funzione iniziale come la retta tangente al punto x_0 più uno scarto $o(x - x_0)$ per $x \to x_0$ detto <u>resto di Peano</u>.

La funzione così scritta è la formula di Taylor. Se $x_0 = 0$ allora si chiama formula di MacLaurin.

1 Polinomio di Taylor/MacLaurin generalizzato

Sia $f : I \to \mathbb{R}$ derivabile $n - 1$ volte nell'intervallo I e derivabile n volte nel punto x_0.

Si dice <u>polinomio di Taylor di ordine n e di centro x_0 di f</u> il polinomio:

$$T_n(x; x_0) = f(x_0) + \tfrac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \tfrac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \tfrac{f^{(3)}(x_0)}{3!}(x - x_0)^3 + ... = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k$$

Se $x_0 = 0$ allora si chiama polinomio di MacLaurin di ordine n.