Teorema di de l'Hôpital.

leo

January 4, 2023

Siano $f, g : I \to \mathbb{R}$ derivabili.

Se $g'(x) \neq 0, x \in I_r(x_0) \cap D$, dove x_0 è il punto su cui si sta studiando la derivabilità, e:

1. $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ è una forma indeterminata

2. $\exists \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = l \in \mathbb{R}^+$

Allora $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = l$.

Finchè $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ *è una forma indeterminata posso continuare ad applicare de l'hôpital*

1 Esempio 1

$f(x) = e^x, g(x) = x, x \to +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

2 Esempio 2

$f(x) = \sqrt{1 + x^2}, g(x) = x, x \to +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{2}(1 + x^2)^{-\frac{1}{2}} * 2x = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ applicare de l'Hôpital in questo caso non è utile.