Teorema criterio di monotonia

Leonardo Bizzoni

December 4, 2022

Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ tale che:

- f continua in $[a, b]$
- f derivabile in (a, b)

$$f'(x) \geq 0 \forall x \in (a, b) \Leftrightarrow f \text{ monotona crescente.}$$
$$f'(x) \leq 0 \forall x \in (a, b) \Leftrightarrow f \text{ monotona decrescente.}$$

1 Dimostrazione

1.1 $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a, b) \Rightarrow f$ monotona crescente

Stessa dimostrazione del test di monotonia.

1.2 f monotona crescente $\Rightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in (a, b)$

Sia $x_0 \in (a, b)$ $f'(x_0) = \lim_{x \to x_0^\pm} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \begin{cases} \geq 0, x \to 0^+ \\ \geq 0, x \to 0^- \end{cases}$ quindi $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a, b)$ per il teorema della permanenza del segno.