Teorema di Rolle

Leonardo Bizzoni

December 4, 2022

Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ tale che:

- f è continua in $[a, b]$
- f è derivabile in (a, b)
- $f(a) = f(b)$

Allora $\exists x_0 \in (a, b) : f'(x_0) = 0$.

1 Dimostrazione

Se f è costante è vero $\forall x \in [a, b]$.

Se f non è costante per il teorema di Weierstrass f ha massimo e minimo globali. $M = f(x_1), m = f(x_2)$ con $x_1, x_2 \in [a, b]$, dato che negli estremi la funzione assume lo stesso valore questo implica che o m o M cade all'interno di I.

($x_0 = m$ o $x_0 = M$ punto criticio)

Quindi per il teorema di Fermat per $x_0 \in (a, b)$ $f'(x_0) = 0$.