Derivata della funzione inversa

Leonardo Bizzoni

December 4, 2022

Sia I un intervallo aperto, $x_0 \in I$ e $f : I \to \mathbb{R}$ continua e strettamente monotona.

Se $\exists f'(x_0) \neq 0$, esiste quindi una retta tangente con coefficiente angolare non nullo, allora $\exists (f^{-1})'(f(x_0) = y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ che ha come coefficiente angolare il reciproco della tangente di $f'(x_0)$.

1 Osservazione

È importante che $f'(x_0) \neq 0$, tangente con coefficiente angolare non nullo, perchè nel momento in cui vado a cercare la funzione inversa se $f'(x_0) = 0$ ho un flesso orizzontale che nella funzione inversa diventa un flesso verticale che è un punto di non derivabilità.

2 Esempio

$f(x) = e^{x^2+x+1}, f(x_0) = y_0 = e^3$.

Calcoliamo $f'(x) = 2e^{x^2+x+1} + e^{x^2+x+1}$.

Troviamo $x_0 = (e^{x^2+x+1} = e^3) \to x_0 = -2, x_1 = 1$.

$$f^{-1\prime}(y_0) = \begin{cases} \frac{1}{f'(-2)} \\ \frac{1}{f'(1)} \end{cases} \to \begin{cases} -\frac{1}{3e^3} \\ \frac{1}{3e^3} \end{cases}$$