Retta tangente

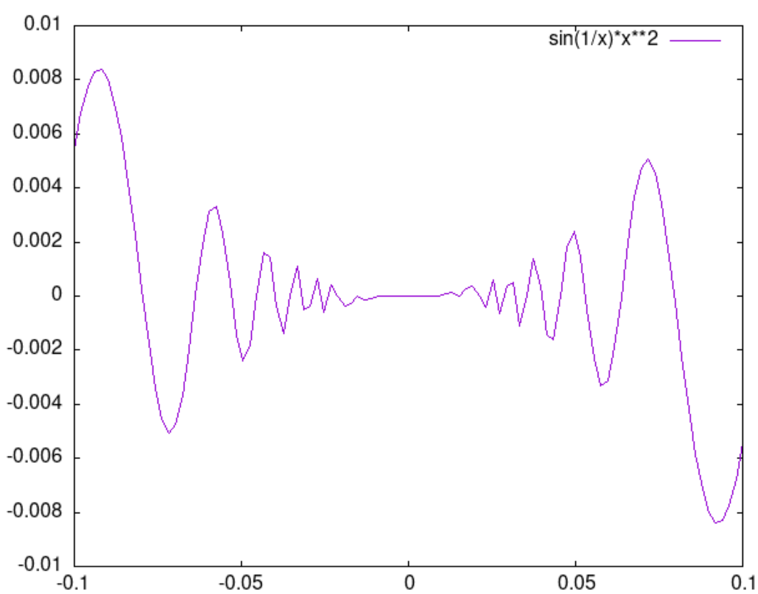
Leonardo Bizzoni

December 2, 2022

Sia I un insieme aperto, $f : I \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in I$. Se $\exists f'(x_0)$ la retta di equazione $y = f(x_0) + f'(x_0) * (x - x_0)$ si chiama retta tangente al grafico R di f nel punto $(x_0, f(x_0))$.

1 Esempio 1

$$f = \begin{cases} x^2 * sin(\frac{1}{x}), x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$$



Troviamo il coefficiente angolare della retta tangente(derivata di x_0) calcolando il rapporto incrementale per $x_0 = 0$: $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} =$

$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = \frac{x^2 * sin(\frac{1}{x})}{x} = \lim_{x\to 0} x * sin(\frac{1}{x})$.
Applicando il teorema dei 2 carabinieri possiamo affermare che $\lim_{x\to 0} x * sin(\frac{1}{x}) = 0$.

La funzione della retta tangente di f è $y = f(0) + f'(0) * (x - 0) = 0 + 0x = 0$.

2 Esempio 2

$f(x) = \frac{cos(x)}{1+x}, x_0 = \pi$

Calcoliamo $f(\pi) = -\frac{1}{1+\pi}$.
Calcoliamo $f'(x) = \frac{-(1+x)sin(x) - cos(x)}{(1+x)^2}$.
Calcoliamo $f'(\pi) = \frac{1}{(1+\pi)^2}$.

Quindi la funzione della retta tangente di f è: $y = -\frac{1}{1+\pi} + \frac{1}{(1+\pi)^2} * (x - \pi)$.

3 Esempio 3

$f(x) = sin(2x), x_0 = \frac{\pi}{3}$

Calcoliamo $f(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
Calcoliamo $f'(x) = 2cos(2x)$.
Calcoliamo $f'(\frac{\pi}{3}) = -1$.

Quindi la funzione della retta tangente di f è: $y = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3} - x$.