Nozione di "asintotico" e "o piccolo"

leo

January 4, 2023

Siano $f, g : D \subseteq \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, x_0$ di accomulazione per D:

- Se $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ si dice che f è asintotica a g per $x \to x_0$.
- Se $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ si dice che f è "o piccolo" di g per $x \to x_0$ e si scrive: $f=$o(g)$ per $x \to x_0$.

1 Stime asintotiche di limiti notevoli

Per $x \to 0$:

$$sin(x) \sim x$$
$$arcsin(x) \sim x$$
$$tan(x) \sim x$$
$$arctg(x) \sim x$$
$$1 - cos(x) \sim \frac{1}{2}x^2$$

$$e^x - 1 \sim x$$
$$a^x - 1 \sim x \log(a)$$
$$\log(1 + x) \sim x$$
$$\log_a(1 + x) \sim \frac{x}{\log(a)}$$

$$(1 + x)^a \sim ax$$

2 Esempio 1

$\lim_{x \to 0} \frac{xsin(2x)}{sin^2(3x)} \sim \frac{x*2x}{(3x)^2} = \frac{2x^2}{9x^2} = \frac{2}{9}$

3 Esempio 2

$\lim_{x \to 0^{\pm}} \frac{sin(x)cos(x)}{x^2} \sim \frac{x*1}{x^2} = \frac{1}{x} = \pm\infty$

4 Esempio 3

$\lim_{x \to \pm\infty} x \sin(\frac{2}{x}) \cos(\frac{3}{x}) \sim x \frac{2}{x} * 1 = 2$