Teoremi del confronto di limiti di funzioni

leo

January 4, 2023

1 Primo teorema del confronto

Siano $D \subset \mathbb{R}, x_0 \in \mathbb{R}$ un punto di accomulazione di D.
Siano $f, g : D \to \mathbb{R}$ 2 funzioni tali che $\lim_{x \to x_0} f(x) = l$, $\lim_{x \to x_0} g(x) = m$ allora:

- Se $l > m \exists r > 0 : \forall x \in D \cap I_r(x_0)$ risulta $f(x) > g(x)$
- Se $\exists r > 0 : \forall x \in D \cap I_r(x_0)$ risulta $f(x) > g(x)$ allora $l \geq m$

2 Secondo teorema del confronto

Siano $D \subset \mathbb{R}, x_0 \in \mathbb{R}$ un punto di accomulazione di D.
Siano $f, g, h : D \to \mathbb{R}$ 3 funzioni tali che:

1. $\exists r > 0 : \forall x \in D \cap I_r(x_0)$ risulti $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$
2. $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} h(x) = l$

Allora $\exists \lim_{x \to x_0} g(x) = l$.

3 Esempio

$\lim_{x \to 0^+} x^2 * sin^4 \frac{1}{x^3}$ per il primo teorema del confronto $x^2 * sin^4 \frac{1}{x^3} < x^2$ perchè $sin^4 x$ oscilla tra i punti $[0, 1]$ quindi $\lim_{x \to 0^+} x^2 * sin^4 \frac{1}{x^3} = 0$.