Teorema sul limite della funzione composta

leo

January 4, 2023

Siano $f : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g : D' \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(D) \subseteq D'$. Sia inoltre $x_0 \in D$ di accomulazione. Se f è continua in x_0 e g è continua in $f(x_0)$, allora: $g(f(x))$ è continua in x_0.

1 Esempio 1 - nozione di asintotico

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} e^{\frac{1}{x}}$, per $x \to \pm\infty$ si ha che $\frac{1}{x} \to 0^{\pm}$ e quindi $\lim\limits_{x \to \pm\infty} e^{0^{\pm}} = 1$.

La funzione $e^{\frac{1}{x}}$ è quindi asintotica per $x \to \pm\infty$ alla retta $y = 1$.

2 Esempio 2

$\lim\limits_{x \to 0} e^{\frac{1}{x}}$, per $x \to 0^{\pm}$ si ha che $\frac{1}{x} \to \begin{cases} +\infty \\ 0^{+} \end{cases}$ e quindi $\lim\limits_{x \to 0} e^{\frac{1}{x}}$ non ha limite.