Limite di funzione

Leonardo Bizzoni

November 20, 2022

Sia $f(x) : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e sia $x_0 \in \mathbb{R}$ un punto di accomulazione per D.

Si dice che $\lim_{x \to x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$ se $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x \in I_\delta(x_0) \cap D, x \neq x_0$ si ha che $l - \epsilon < f(x) < l + \epsilon$.

Si dice che $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ se $\forall k \in \mathbb{R} \exists I_r(x_0) : \forall x \in I_r(x_0) \cap D, x \neq x_0$ si ha che $f(x) > k$.

Si dice che $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$ se $\forall k \in \mathbb{R} \exists I_r(x_0) : \forall x \in I_r(x_0) \cap D, x \neq x_0$ si ha che $f(x) < k$.

Si dice che $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = l \in \mathbb{R}$ se $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x \in (x_0, x_0 + \delta) \cap D$ si ha $l - \epsilon < f(x) < l + \epsilon$.

Si dice che $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = l \in \mathbb{R}$ se $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x \in (x_0 - \delta, x_0) \cap D$ si ha $l - \epsilon < f(x) < l + \epsilon$.

D superiormente illimitato ($+\infty$ è di accomulazione per D).

Si dice che $\lim_{x \to +\infty} f(x) = l \in \mathbb{R}$ se $\forall \epsilon > 0 \exists h \in \mathbb{R} : \forall x > h, x \in D$ si ha $l - \epsilon < f(x) < l + \epsilon$.

Si dice che $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ se $\forall k \in \mathbb{R} \exists h \in \mathbb{R} : \forall x > h, x \in D$ si ha $f(x) > k$.

Si dice che $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ se $\forall k \in \mathbb{R} \exists h \in \mathbb{R} : \forall x > h, x \in D$ si ha $f(x) < k$.

D inferiormente <u>illimitato</u> ($-\infty$ è di accomulazione per D).

Si dice che $\lim_{x \to -\infty} f(x) = l \in \mathbb{R}$ se $\forall \epsilon > 0 \exists h \in \mathbb{R} : \forall x < h, x \in D$ si ha $l - \epsilon < f(x) < l + \epsilon$.

Si dice che $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ se $\forall k \in \mathbb{R} \exists h \in \mathbb{R} : \forall x < h, x \in D$ si ha $f(x) > k$.

Si dice che $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ se $\forall k \in \mathbb{R} \exists h \in \mathbb{R} : \forall x < h, x \in D$ si ha $f(x) < k$.

1 Osservazione

Il $\lim_{x \to x_0} f(x) \exists$ sse <u>esistono e sono uguali</u>:

- $\lim_{x \to x_0^+} f(x)$
- $\lim_{x \to x_0^-} f(x)$