Secondo teorema del confronto (teorema dei carabinieri)

Leonardo Bizzoni

November 12, 2022

Date 3 successioni: a_n, b_n, c_n, se:

- $a_n \leq b_n \leq c_n$ definitivamente
- $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n = \lim\limits_{n \to +\infty} c_n = l$

Allora $\lim\limits_{n \to +\infty} b_n = l$.

1 Dimostrazione

Supponiamo $l \in \mathbb{R}$, possiamo affermare che:

- $\forall \epsilon > 0 \exists v_1 > 0 : \forall n \in \mathbb{N}, n \geq v_1 \Rightarrow l - \epsilon < a_n < l + \epsilon$
- $\forall \epsilon > 0 \exists v_2 > 0 : \forall n \in \mathbb{N}, n \geq v_2 \Rightarrow l - \epsilon < c_n < l + \epsilon$

Scegliendo $v = max\{v_1, v_2\}$ risulta: $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq v \Rightarrow l - \epsilon < a_n < b_n < c_n < l + \epsilon$. Possiamo concludere che $\exists \lim\limits_{n \to +\infty} b_n = l$.