

# Principio di Induzione

Leonardo Bizzoni

November 9, 2022

*Supponiamo che una proposizione dipendente da un indice  $n \in \mathbb{N}$  sia vera per  $n = 1$  e per un generico valore di  $n$ . Una volta supposta vera per  $n$ , dimostriamo che sia vera per  $n + 1$ . Allora la proposizione è vera  $\forall n \in \mathbb{N}$ .*

## 1 Esempio 1

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n*(n+1)}{2}$$

- La formula è vera per  $n = 1$ .
- La supponiamo vera per  $n$  generico.
- La dimostriamo vera per  $n + 1$ :  $\frac{n*(n+1)}{2} + (n + 1) = \frac{(n+1)*(n+2)}{2}$

## 2 Esempio 2 - Diseguaglianza di Bernulli

$\forall x \geq 1 \in \mathbb{R}$  e  $\forall n \in \mathbb{N}$ , risulta:

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx$$

- La formula è vera per  $n = 1$ .
- La supponiamo vera per  $n$  generico.
- La dimostriamo vera per  $n + 1$ :

$$\begin{aligned} (1 + x) * (1 + x)^n &\geq (1 + nx) * (1 + x) = \\ &= (1 + x)^{n+1} \geq 1 + x + nx + nx^2 = \\ &= (1 + x)^{n+1} \geq 1 + (n + 1)x \end{aligned}$$