Rango di matrici

Leonardo Bizzoni

April 7, 2023

1 Definizione

- rango(A) = dim(⟨vettori colonna di A⟩) = **massimo** numero di vettori colonna linearmente indipendenti della matrice A.
- rango(A) = dim(⟨vettori riga di A⟩) = **massimo** numero di vettori riga linearmente indipendenti della matrice A.
- rango(A) = **massimo** ordine di minori non nulli di A.

1.1 Osservazione

$0 \leq \text{rg}(A) \leq |\min(\text{righe}, \text{colonne})|$

2 Esempi

$$\text{rg}\left(\begin{bmatrix} 0 & \cdots \\ \vdots & \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\text{rg}(M_{Id}) = n$$

$$\text{rg}\left(\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}\right) = |\text{colonne} \neq 0_V| \ (\textit{matrice diagonale})$$

$$\text{rg}\left(\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & \cdots & & \\ 0 & \cdots & 0 & b_2 & \cdots & \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & b_3 & \cdots \\ \vdots & & & & & \end{bmatrix}\right) = |\text{righe} \neq 0_V| \ (\textit{matrice a scala})$$

$$\text{rg}\left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right) = 0, 1, 2, 3 :$$

- sicuramente non è 0
- non ha rango 1 perchè non posso scrivere ogni vettore come multiplo dell'altro.
- un qualsiasi <u>vettore riga</u> $v \in \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ non è risultato della combinazione lineare degli altri 2 vettori riga, quindi la matrice non è di rango 2.
- ne risulta quindi che i vettori riga sono linearmente indipendenti quindi la matrice ha rango 3.