Matrici

Leonardo Bizzoni

April 3, 2023

Una matrice $k*n$ dove k rappresenta le righe e n le colonne, è un elemento di $\mathbb{R}^n$ per k volte oppure $\mathbb{R}^k$ per n volte.

$$\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & & \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kn} \end{bmatrix} = (a_{ij})\right) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})$$

$\lambda(a_{ij}) = (\lambda a_{ij})$

$M_{\mathbb{R}}(k, n) = \{\text{matrici reali } k * n\}$

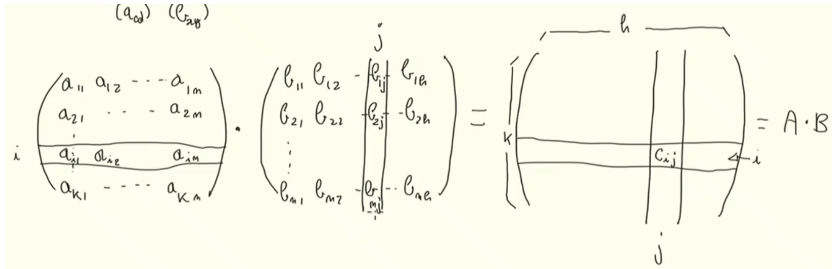
Base canonica: $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \cdots, \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \right\}$

$\dim(M_{\mathbb{R}}(k, n))) = k * m$

Matrice neutra/identità: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$ (1 *solo sulla diagonale*)

1 Prodotto di matrici

Date 2 matrici $A_{kn} * B_{nh}$ è definito quando il numero colonne di A è uguale al numero di righe di B. In tal caso risulta $(A * B)_{kh} = (c_{ij}) = \sum_{u=1}^{n} a_{iu} * b_{uj}$.



In generale $A * B \neq B * A$.

1.1 Esempio

$$\overset{\substack{2\cdot 2\\ K\cdot n}}{\underset{A}{\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}}} \cdot \overset{\substack{2\cdot 3\\ n\cdot h}}{\underset{B}{\begin{pmatrix}0&1&3\\-1&0&1\end{pmatrix}}} = \overset{\substack{2\cdot 3\\ K\cdot h}}{\begin{pmatrix}-2&1&5\\-4&3&13\end{pmatrix}}$$

riga 1 · colonna 1 $\quad \sum_{u=1}^{2} a_{ui}\cdot b_{ju} = (1\cdot 0)+(2\cdot(-1)) = -2$

2 $\quad \sum_{u=1}^{2} a_{ui}\cdot b_{ju} = (1\cdot 1)+(2\cdot 0) = 1$

3 $\quad \sum_{u=1}^{2} a_{ui}\cdot b_{ju} = (1\cdot 3)+(2\cdot 1) = 5$

riga 2 · colonna 1 $\quad \sum_{u=1}^{2} a_{ui}\cdot b_{ju} = (3\cdot 0)+(4\cdot(-1)) = -4$

2 $\quad \sum_{u=1}^{2} a_{ui}\cdot b_{ju} = (3\cdot 1)+(4\cdot 0) = 3$

3 $\quad \sum_{u=1}^{2} a_{ui}\cdot b_{ju} = (3\cdot 3)+(4\cdot 1) = 13$

2 Matrice inversa

Una matrice B si dice matrice **inversa** della matrice A sse il risultato del prodotto $A * B = B * A = Id$.

3 Matrice trasposta

Presa una matrice A chiamiamo A^T la **trasposta** di A la matrice avente come elemento di posto (i, j) l'elemento (j, i) della matrice A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$
$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$