Combinazione lineare - Generatori

leo

March 12, 2023

Dato uno spazio vettoriale V esiste il **più piccolo** sottospazio di V che contiene un insieme. $\langle S\rangle < V$ indica il più piccolo sottospazio vettoriale di V contenente un insieme S.

$$\langle S\rangle = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i * v_i | \lambda_i \in K, v_i \in S, n \in \mathbb{N}$$

1 Definizione

La sommatoria $\{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i * v_i | \lambda_i \in K, v_i \in S, n \in \mathbb{N}\}$ prende il nome di **combinazione lineare finita** a coefficienti in K di vettori di V.

Un sottoinsieme $G \subset V$ si dice **generare** o **insieme di generatori** di V se $\langle G\rangle = V$.

1.1 Osservazione

Dato uno spazio vettoriale V su K, questi ammette **sempre** un insieme di generatori.

2 Esempi

2.1 Esempio 1

$V = \mathbb{R}^2$

$S = \{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\} \subset V$

In questo caso $\langle S\rangle$ sarà uguale alla bisetrice del 1 e 3 quadrante del piano (*vedi esempi di sottospazi vettoriali*). S **non** è un generatore di V.

2.2 Esempio 2

$V = 0_V$

$S = \{0_V\} \subseteq V$

In questo caso $\langle S \rangle = V$ in quanto lo spazio vettoriale iniziale contiene un solo elemento è impossibile trovare un sottospazio con una cardinalità inferiore di elementi. S **è** un generatore di V.

2.3 Esempio 3

$V = \mathbb{R}^2$

$S = \{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}\} \subset V$

In questo caso $\langle S \rangle = V$, il più piccolo sottospazio contenente S è proprio lo spazio vettoriale V. S **è** un generatore di V.